

МОДЕЛІ ЦІНОУТВОРЕННЯ КРЕДИТНИХ ДЕРИВАТИВІВ

©2024 ВЯДРОВА І. М., БІТНЕР І. В., НОВІКОВА Т. В.

УДК 519.86:336.76
JEL Classification: C15; G12**Вядрова І. М., Бітнер І. В., Новікова Т. В.**
Моделі ціноутворення кредитних деривативів

Деривативи відіграють важливу роль у процесах, які відбуваються в глобальній економіці та економічному зростанні. Вони мають критичне значення для хеджування ризиків у банківському секторі, при здійсненні управління відсотковою ставкою в діяльності пенсійних фондів, задоволенні страхових вимог для страховиків та інших учасників ринкових відносин, тобто забезпечує зниження невизначеності, що виникає внаслідок коливання цін, кредитних ставок, валютних коливань, відсоткових ставок тощо. На сьогодні спостерігається їх активне використання у світовій практиці всіх галузей промисловості. Метою статті є розробка моделей ціноутворення кредитних деривативів з урахуванням взаємозв'язку кредитних деривативів (КД) і структурованих кредитних продуктів (СКП), а також на основі виявлення відмінностей у результатах кредитної кореляції дефолтів, аналізі еволюційних та сутнісних характеристик ринків КД і СКП. Авторами проведено їх систематизацію та класифікацію; надано їх структурні характеристики; досліджено основні тенденції, характерні для ринків КД і СКП, у розрізі ринків традиційних похідних інструментів; визначено методику їх конструювання за допомогою КД; розглянуто ключові аспекти їх моделювання та ціноутворення, а також сконструйовано свій кредитний продукт і зроблено розрахунок спреду з використанням моделі ціноутворення. У статті розглянуто проблему вибору підходу для оцінки та розрахунку кореляції дефолтів, яка є невід'ємною складовою моделей ціноутворення кредитних деривативів. На основі приведеної методики конструювання СКП за допомогою КД і ключових аспектів моделювання та ціноутворення КД і СКП був сконструйований кошиковий кредитний дефолтний своп на базі трьох корпоративних імен. Сконструйований продукт відповідає всім основним вимогам до стандартних кошикових продуктів з точки зору змісту. Розрахунки були проведені на підставі використання двох різних копул для оцінки кореляції дефолтів. Результати можуть бути впроваджені для конструювання та оцінки деривативу на кореляційний ризик емітентів.

Ключові слова: кредитний дефолтний своп, дефолтний своп, дефолт, кореляція дефолтних подій, кредитний ризик, кошиковий дефолтний своп, боргові зобов'язання.

DOI: <https://doi.org/10.32983/2222-0712-2024-1-102-111>

Рис.: 3. **Табл.:** 6. **Формул.:** 8. **Бібл.:** 10.

Вядрова Інна Миколаївна – кандидат економічних наук, професор, професор кафедри банківського бізнесу та фінансових технологій, Навчально-науковий інститут «Каразінський банківський інститут» Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (просп. Перемоги, 55, Харків, 61174, Україна)

E-mail: viadrovainna@gmail.com

ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-4674-8754>

Researcher ID: <http://www.researcherid.com/P-1813-2015>

Бітнер Ірина Володимирівна – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри банківського бізнесу та фінансових технологій, Навчально-науковий інститут «Каразінський банківський інститут» Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (просп. Перемоги, 55, Харків, 61174, Україна)

E-mail: irinabitner@karazin.ua

ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0269-5670>

Researcher ID: P-1817-2015

Новікова Тетяна Вікторівна – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри менеджменту, бізнесу та професійних комунікацій, Навчально-науковий інститут «Каразінський банківський інститут» Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (просп. Перемоги, 55, Харків, 61174, Україна)

E-mail: tvnovikova75@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0428-4181>

UDC 519.86:336.76
JEL Classification: C15; G12**Viadrova I. M., Bitner I. V., Novikova T. V. Credit Derivatives Pricing Models**

Derivatives play an important role in the processes that take place in the global economy and economic growth. They are critical for hedging risks in the banking sector, managing the interest rate in the activities of pension funds, satisfying insurance claims for insurers and other market participants, i. e. reducing uncertainty arising from fluctuations in prices, credit rates, currency fluctuations, interest rates, etc. Today, they are actively used in the world practice of all industry sectors. The aim of the article is to develop pricing models for credit derivatives, taking into account the relationship between credit derivatives (CD) and structured

credit products (SCP), as well as on the basis of identifying differences in the results of credit correlation of defaults, analyzing the evolutionary and essential characteristics of the CD and SCP markets. The authors systematized and classified them; their structural characteristics are provided; the main trends characteristic of the CD and SCP markets in the context of the markets of traditional derivatives are studied; the method of their design with the help of clinical documentation is determined; the major aspects of their modeling and pricing are considered, also an own credit product is designed and the spread is calculated using the pricing model. The article considers the problem of choosing an approach for assessing and calculating the correlation of defaults, which is an integral part of the pricing models of credit derivatives. On the basis of the given methodology for designing the SCP with the help of CD and the key aspects of modeling and pricing of CD and SCP, a basket credit default swap was designed on the basis of three corporate names. The designed product meets all the basic requirements for standard basket products in terms of content. The calculations were made based on the use of two different copulas to assess the correlation of defaults. The results can be used to design and evaluate a derivative on the correlation risk of issuers.

Keywords: credit default swap, default swap, default, correlation of default events, credit risk, basket default swap, debt obligations.

Fig.: 3. **Tabl.:** 6. **Formulae:** 8. **Bibl.:** 10.

Viadrova Inna M. – Candidate of Sciences (Economics), Professor, Professor, Department of Banking and Financial Technologies, Educational and Scientific Institute «Karazin Banking Institute» of V. N. Karazin Kharkiv National University (55 Peremohy Ave., Kharkiv, 61174, Ukraine)

E-mail: viadrovainna@gmail.com

ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-4674-8754>

Researcher ID: <http://www.researcherid.com/P-1813-2015>

Bitner Iryna V. – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Banking and Financial Technologies, Educational and Scientific Institute «Karazin Banking Institute» of V. N. Karazin Kharkiv National University (55 Peremohy Ave., Kharkiv, 61174, Ukraine)

E-mail: irinabitner@karazin.ua

ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0269-5670>

Researcher ID: P-1817-2015

Novikova Tetyana V. – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Management, Business and Professional Communications, Educational and Scientific Institute «Karazin Banking Institute» of V. N. Karazin Kharkiv National University (55 Peremohy Ave., Kharkiv, 61174, Ukraine)

E-mail: tvnovikova75@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0428-4181>

Вступ. Кредитні деривативи (КД) учинили революційний вплив на розвиток фінансового інжинірингу – застосування кредитних деривативів (можливо, у комбінації зі стандартними фінансовими інструментами) заради створення більш складних продуктів для рішення складних проблем керування ризиками, а також для отримання арбітражної спроможності [4].

По-перше, КД дозволили розділити одну з найважливіших компонент фінансового інструмента – кредитний ризик на його елементарні фінансові складові. Що, своєю чергою, означає, що з виникненням ринку ліквідних КД з'явилася можливість утворення синтетичних продуктів, які можуть копіювати майже будь-який фінансовий інструмент, який має кредитний ризик [6; 7].

По-друге, КД ознаменували народження цілої галузі у системі фінансової освіти та бізнесу, пов'язаної з ціноутворенням, трейдингом і структуруванням кредитних інструментів та похідних від них продуктів. Особливо наряду з підрозділами, зв'язаними з похідними на акції, процентні ставки, валюту, та інструментами з фіксованою доходністю, великі брокерсько-дилерські компанії заснували спеціальні кредитні спілки, призначені для роботи з КД.

По-третє, протягом останнього десятиліття ХХ ст. паралельно розвитку ринку кредитних похідних відбувалися структурні зміни і на традиційних кредитних ринках – ринку облігацій, кредитів і позик – і як результат, не тільки використання КД. Застосування різних технологій структурування кредитних та облігаційних угод в глобальному масштабі призвели до якісної трансформації боргових рин-

ків і «вибухового» розширення так званих структурованих кредитних продуктів (СКП).

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Більш того, переважна більшість фінансових інновацій, які створюються сьогодні у фінансовій індустрії, зосереджена саме у галузі похідних фінансових інструментів [7]. Отже, вивчення КД набуває своєї актуальності не тільки через існування великого ринку цих інструментів, але і тому, що без знання КД неможливо вивчення більшої частини сучасних технік фінансового інжинірингу.

Таким чином, бурхливий розвиток ринку КД та структурованих кредитних продуктів і, як наслідок, регулярна поява принципово нових кредитних інструментів обумовлюють актуальність дослідження ринку КД і СКП.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідженням різних аспектів моделювання деривативів присвячено праці зарубіжних і вітчизняних учених, таких як: В. Ратушник [9], О. С. Новак, Т. Осадча, О. М. Петрук [8], Л. Фагеранг, Х. Турсі [5], С. З. Мошенський [3] та ін.

Варто також підкреслити, що у зв'язку з інноваційним характером галузі кредитних похідних, ступінь теоретичної вивченості цього сегмента фінансової економіки достатньо низький, що обумовлюється відсутністю загальноприйнятої класифікації КД і СКП. Крім того, існує думка, що ринок похідних кредитних інструментів недостатньо зрілий порівняно з ринком деривативів на інші класи фінансових активів. Це обумовлюється частковою відсутністю конвергенції ринку щодо моделі ціноутворення КД і СКП [4; 6; 10].

Отже, метою цього дослідження є розробка моделей ціноутворення кредитних деривативів з урахуванням взаємозв'язку КД і СКП на основі виявлення відмінностей у результатах кредитної кореляції дефолтів.

Для досягнення цієї мети були поставлені та вирішені такі завдання:

- проаналізувати еволюційні та сутнісні характеристики ринків КД і СКП;
- на підставі виявлених сутнісних особливостей провести систематизацію та класифікацію КД і СКП;
- розглянути структурні характеристики ринків КД і СКП, проаналізувати основні тенденції, характерні для ринків КД і СКП, у розрізі ринків традиційних похідних інструментів;
- проаналізувати методику конструювання СКП за допомогою КД;
- розглянути ключові аспекти моделювання та ціноутворення КД і СКП;
- сконструювати свій структурований кредитний продукт і зробити розрахунок спреду з використанням моделі ціноутворення.

Опис методики (структури, послідовності) проведення дослідження. Методологія побудови тимчасової структури інтенсивностей ймовірностей дефолту (instantaneous default probabilities term structure) сформована на основі ринкових CDS-спредів (кредитні / дефолтні криві (credit curve)). Кредитна крива є зворотною до кривої ймовірностей виживання, використовуваної для генерації дефолтних подій при Монте-Карло симулюванні.

Введемо такі позначення:

ϕ – час настання дефолту за i -м зобов'язанням;

$F(t) = P(\phi \leq t)$ – функція розподілу ймовірності дефолту у часі;

$f(t)$ – функція розподілу щільності ймовірності;

$P(t < \phi \leq t + \Delta t)$ – ймовірність настання дефолту в інтервалі часу $(t, t + \Delta t)$ за умови, що зобов'язання «вижило» до моменту t .

Тоді функція інтенсивності ймовірності дефолту (default intensity function) у часі $h(t)$ визначається як:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < \tau \leq t + \Delta t / \tau > t)}{\Delta t}. \quad (1)$$

Записуючи формулу (1) більш докладно, можна вивести таке важливе співвідношення між $h(t)$, $f(t)$ і $F(t)$:

$$\begin{aligned} h(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < \tau \leq t + \Delta t / \tau > t)}{P(\tau > t)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\int_t^{t+\Delta t} f(u) du}{\int_t^{\infty} f(u) du} = \\ &= \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{\partial F(t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \log(1 - F(t)). \end{aligned} \quad (2)$$

Рішення диференційного рівняння дозволяє вивести:

$$\begin{aligned} F(t) &= 1 - \exp\left(-\int_0^t h(u) du\right), \\ f(t) &= h(t) \exp\left(-\int_0^t h(u) du\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Це означає, що функція розподілу ймовірностей дефолту за часом може бути отримана шляхом зведення в експоненту інтегрованої функції інтенсивності дефолту за часом. Якщо припустити, що інтенсивність дефолту є постійною величиною, то її інтеграл зводиться до лінійної функції від часу. Таким чином, стає очевидною форма функціональної залежності ймовірності дефолту від часу, що являє собою монотонно зростаючу опуклу функцію з асимптотою у одиниці при устремлінні часу до нескінченності.

Основна ідея вилучення інтенсивності дефолту із котируваних CDS-спредів полягає у використанні моделі ціноутворення дефолтного свопу для визначення поставлених у модель ризик-нейтральних ймовірностей, які, своєю чергою, трансформуються у функцію інтенсивності дефолту за допомогою співвідношень (3).

Модель ціноутворення CDS ґрунтується на трьох постулатах:

- процес зміни безризикових процентних ставок і процес настання дефолту незалежні в рамках мартінгальних (ризик-нейтральних) заходів P ;
- дефолт може відбутися тільки в дискретні моменти часу;
- компенсуючі платежі здійснюються негайно.

У рамках цих припущень справедлива ціна CDS визначається як ризик-нейтральна ціна дефолтного свопу з терміном погашення T , яка дорівнює частці k у номінальній вартості M (вираженою в відповідних базових пунктах (б. п.), при якій дефолтна нога свопу (компенсуючий платіж у випадку кредитної події) еквівалентна його преміальній нозі (потіку фіксованих платежів, що сплачуються у моменти часу $(t_1, t_2, \dots, t_n = T)$ при $T < \phi$) з точки зору поточних наведених вартостей.

Формально преміальна нога PL дорівнює очікуваній вартості серії грошових потоків, що надходять до експірації CDS або дефолтної події, дисконтованих за допомогою безризикової безкупонної ставки:

$$\begin{aligned} PL &= M \sum_{i=1}^n k \Delta_i B(o, t_i) (1 - F(t_i)) = \\ &= M \sum_{i=1}^n k \Delta_i B(o, t_i) \exp\left(-\int_0^{t_i} h(u) du\right), \end{aligned} \quad (4)$$

де Δ_i залежить від регулярності виплат (наприклад, $\Delta = 1/4$ для поквартального режиму),

$B(0; t)$ є детермінованою безризиковою ставкою на інтервалі часу $(0; t)$.

Аналогічним чином визначається дефолтна нога DL як очікувана приведена вартість компенсуючих платежів (є функцією ставки відшкодування R , яка вводиться у модель у вигляді константи) при настанні дефолту, мінус накопичена премія AP :

$$DL = P - AP,$$

$$\begin{aligned} DP &= M(1 - R) \int_0^T B(o, u) F(du) = \\ &= M(1 - R) \int_0^T B(o, u) h(u) \exp\left(-\int_0^u h(s) ds\right) du. \end{aligned} \quad (5)$$

$$AP = Mk \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{u-t_{i-1}}{t_i-t_{i-1}} \Delta_i B(o,u) F(du) =$$

$$Mk \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{u-t_{i-1}}{t_i-t_{i-1}} \Delta_i B(o,u) h(u) \exp\left(-\int_0^u h(s) ds\right) du. \quad (6)$$

На підставі (3)-(6) справедливий CDS-спред, що врівноважує дефолтну і преміальну ноги, визначається таким чином:

$$k = \frac{(1-R) \int_0^T B(o,u) h(u) \exp\left(-\int_0^u h(s) ds\right) du}{z},$$

$$z = \sum_{i=1}^n \Delta_i B(o,t_i) \exp\left(-\int_0^{t_i} h(u) du\right) +$$

$$+ \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{u-t_{i-1}}{t_i-t_{i-1}} \Delta_i B(o,u) h(u) \exp\left(-\int_0^u h(s) ds\right) du. \quad (7)$$

Таким чином, знаючи тимчасову структуру інтенсивності дефолту $h(t)$ і оцінку ставки відшкодування R , обумовлену за допомогою статистики рейтингових агентств за борговими зобов'язаннями з різними рівнями субординації, формула (7) дозволяє розрахувати справедливе значення CDS-спреду. Також, маючи в якості відомих величин R і ринкові котирування CDS з різними термінами до погашення, можна вирішити зворотню задачу – отримати з CDS-спредів тимчасову структуру ризик-нейтральних ймовірностей дефолту, з якої можна перейти в тимчасову функцію інтенсивностей дефолту через співвідношення (3), і навпаки.

Стандартною методологією калібрування інтенсивності дефолту (ймовірностей дефолту) є представлення функції інтенсивності дефолту у часі у вигляді кусково-лінійної функції, яка набуває вигляд константи між різними термінами експірації CDS.

Якщо позначити терміни експірації котируваних на ринку дефолтних свопів як $[T_1, T_2, \dots, T_n]$, то функція розподілу ймовірностей $F(t)$ згідно з формулою (3) набуде вигляд:

$$F(t) = 1 - \exp\left(\sum_{i=1}^M \alpha_i (T_j - t_{j-1})\right), \quad (8)$$

$$k = \begin{cases} 1, & t \leq t_1 \\ \dots & \dots \\ Mt > t_{M-1} \end{cases},$$

де $\alpha_i, i = 1, \dots, M$ – деякі позитивні константи.

Підставляючи (8) у модель ціноутворення CDS (7) до дефолтного свопу з найменшим строком погашення та фіксує ставку відшкодування за зобов'язанням, можна розрахувати α_1 . Знаючи α_1 , можна відкалібрувати α_2 на основі відносного спреду між CDS з найменшим строком експірації і наступним за ним CDS, тобто з погашенням у T_2 . За таким алгоритмом калібруються всі інші α до найдовшого CDS.

Ця процедура відіграє ключову роль у генерації дефолтних подій при ціноутворенні монотраншевих CDO, індексних траншей і кошика CDS.

Виклад основного матеріалу й отриманих наукових результатів. При виборі портфеля кредитних інструментів, на основі якого конструюється кошиковий дефолтний своп, як правило, керуються такими пунктами [2]:

- вибір базових зобов'язань здійснюється з метою досягнення цільового рівня леввериджу за інструментом. Так, кошик CDS, заснований на інструментах з низьким рівнем кореляції дефолту, забезпечить продавцю кредитного захисту максимально можливий левверидж, а покупцеві – найбільш ефективний захист (hedge). Спред кошикового CDS на базі такого портфеля також буде значним. Загалом вибір леввериджу, а отже, структури базового портфеля залежить від конкретної спекулятивної стратегії контрагента, заснованої на його очікуваннях щодо зміни кредитних спредів інструментів окремо і ринкової оцінки кореляції дефолтів між ними;
- кошик на основі зобов'язань зі схожими за рівнем кредитними спредами має більший економічний сенс;
- оптимальним розміром кошика є 3–7 зобов'язань. За інших умов збільшення кількості кредитів у портфелі веде до подорожчання кошикового CDS, оскільки додавання кожного нового зобов'язання викликає зростання ймовірності того, що відбудеться хоча б один дефолт у портфелі. При цьому з кожним новим включеним ім'ям в портфель маржинальний спред зменшується, а вартість хеджування зростає. Причина полягає у тому, що більша кількість інструментів передбачає меншу чутливість вартості CDS-кошика до окремих кредитів. Необхідність дельта-хеджування при низьких індивідуальних дельтах зумовлює високі транзакційні витрати для дилера;
- кошик на базі зобов'язань з рейтингом нижче інвестиційного є економічно недоцільним. Для зобов'язань низької кредитної якості характерна висока кореляція дефолтів. Це значним чином збільшує вартість дельта-хеджування для продавця кредитного захисту в разі одночасного розширення кредитних спредів входять у кошик зобов'язань.

Вибір базових імен для кошикового дефолтного свопу, сконструйованого у рамках даного дослідження, на сто відсотків обумовлений відсутністю доступу к інформаційним ресурсам, які публікують котирування CDS. З невеликої кількості доступних були вибрані три найбільш ліквідні CDS на корпоративні зобов'язання; а саме: AffinionGroup, WindAcquisition і ArdaghPackaging.

Проте прийняте рішення також ґрунтується на відповідності вибраних інструментів сформульованим вище принципам селекції базових зобов'язань, використовуваних при конструюванні економічно обґрунтованого кошикового CDS.

Всі параметри кошикового CDS підбираються виходячи з реальних можливостей створення такого структурованого кредитного продукту, його ціноутворення та практичної застосовності (табл. 1–2).

Таблиця 1

Котирування CDS-спредів на 09.11.2023

Коротка назва	Affinion Group	Wind Acquisition	Ardagh Packaging
T1Y	275	305	150
T2Y	550	497	282
T3Y	950	737	375
T4Y	1050	809	449
T5Y	1150	867	525

Таблиця 2

Параметри кошикового CDS

Параметр	Характеристика
Назва кошикового CDS	AWA
Умова нокауту	FTD
Термін до експірації	5 років
Кількість базових імен	3
Базові інструменти	Senior unsecured борги
Ставки відшкодування за зобов'язаннями	40% за всіма базовими інструментами
Режим нарахування премії	30/360 (поквартальний)
Режим відшкодування збитку	Готівковий розрахунок
Номінал свопу	млн дол. США

Грошовий потік за AWA є ідентичним механізму стандартного FTD-кошикового свопу (рис. 1):

- до експірації контракту або настання дефолту по одному з базових зобов'язань продавець кредитного захисту отримує поквартальну премію в розмірі чверті річного AWA-спреду (помноженого на номінал AWA), що визначається при укладенні контракту як break-even серед;
- у разі настання дефолту по одному із зобов'язань продавець кредитного захисту зобов'язується перерахувати на користь покупця компенсуючий

платіж, що дорівнює різниці номіналу AWA і вартості відшкодування базового зобов'язання, по якому стався дефолт;

- по частині компенсуючого платежу здійснюється взаємна компенсація (netting) у розмірі накопиченого AWA-спреду;
- AWA-своп припиняє своє існування (що еквівалентно припиненню всіх прав і зобов'язань) в дату експірації свопу або після виконання всіх зобов'язань продавцем кредитного захисту у разі дефолту.

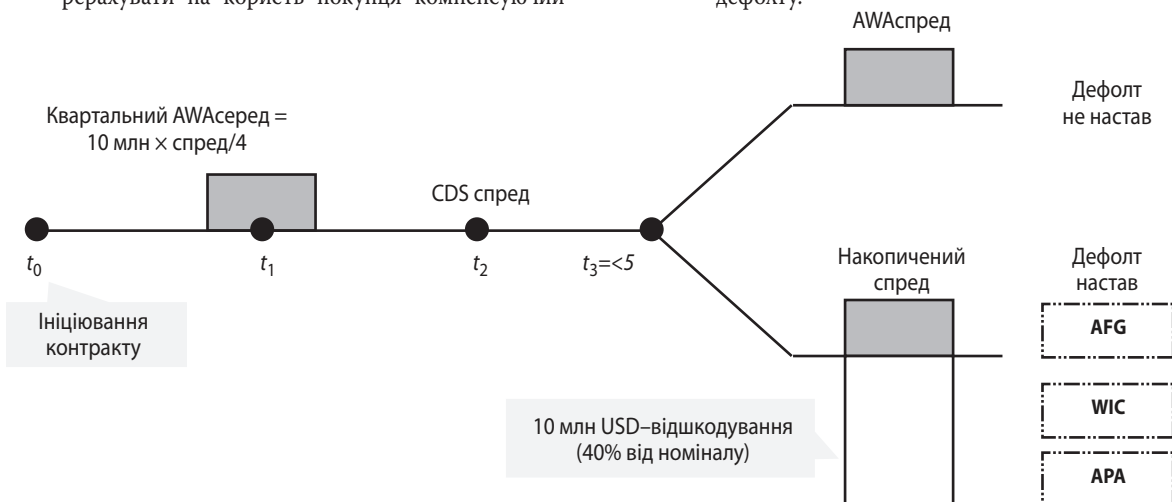


Рис. 1. Рух грошових коштів за AWA-свопом

Джерело: укладено автором

Аналогічно CDO підхід до ціноутворення стандартного FTD-свопу ґрунтується на Монте-Карло симулюванні моментів настання дефолту, з однією лише різницею, що момент дефолту у випадку з FTD – це реалізація дефолту за одним з CDS, які знаходяться у кошику. Після цього здійснюється підстановка розрахованих за своєю грошових потоків (згенерованих у результаті симуляції) у модель ціноутворення FTD.

Модель ціноутворення FTD аналогічна простим дефолтним свопам. Монте-Карло симулювання моментів настання дефолту у портфельному контексті нерозривно пов'язане з вибором функціональної залежності між функціями розподілу дефолтів за окремими інструментами, тобто за специфікацією копули. Як вже зазначалося раніше, індустріальним рішенням до вирішення цього завдання є використання Гаусової копули.

З метою виявлення можливого модельного ризику, неминучого для Гаусової копули, при оцінці кошикового дефолтного свопу буде використана також копула Стюдента (t -копула). Вибір цієї копули в якості альтернативи є загальновизнаним підходом і ґрунтується на загальних міркуваннях про особливостях розподілів Гауса та Стюдента.

Вважається, що одним з ключових недоліків Гаусової копули є недооцінка ймовірності реалізації спільних дефолтів, оскільки вбудований у копулу нормальний розподіл характеризується наявністю «тонких хвостів» (тобто низь-

кою ймовірністю екстремальних значень). Специфіка розподілу Стюдента – це можливість налаштування тяжкості хвостів розподілу через кількість ступенів свободи (x) [1].

Таким чином, t -копула, заснована на розподілі Стюдента, здатна врахувати підвищену ймовірність реалізації спільних дефолтних подій, фактично спостережувану на кредитних ринках. У цьому випадку процедура генерування дефолтних подій за портфелем зобов'язань доповнюється завданням визначення оптимального значення параметру ступенів свободи для копули Стюдента.

Для демонстрації значущості вибору форми функціональної залежності між індивідуальними зобов'язаннями в портфелі нижче наведено результат 5 тис. симуляцій двох випадкових величин (з кореляцією 0.5), залежність яких зображується за допомогою Гаусової копули і t -копули ($x = 2$) (рис. 2).

Як видно з рис. 2, щільність зосередження згенерованих подій у лівому нижньому і правому верхньому кутах для t -копули значно вище, що доводить наведене вище твердження про релевантність копули Стюдента стосовно до моделювання корельованих екстремальних подій.

На підставі специфікації моделі ціноутворення кошикового свопу в цьому параграфі наведено процедуру реалізації, яка складається з чотирьох етапів:

- 1) для кожного базового зобов'язання в кошику проводиться калібрування інтенсивності дефолту за котируваннями CDS-спредів;

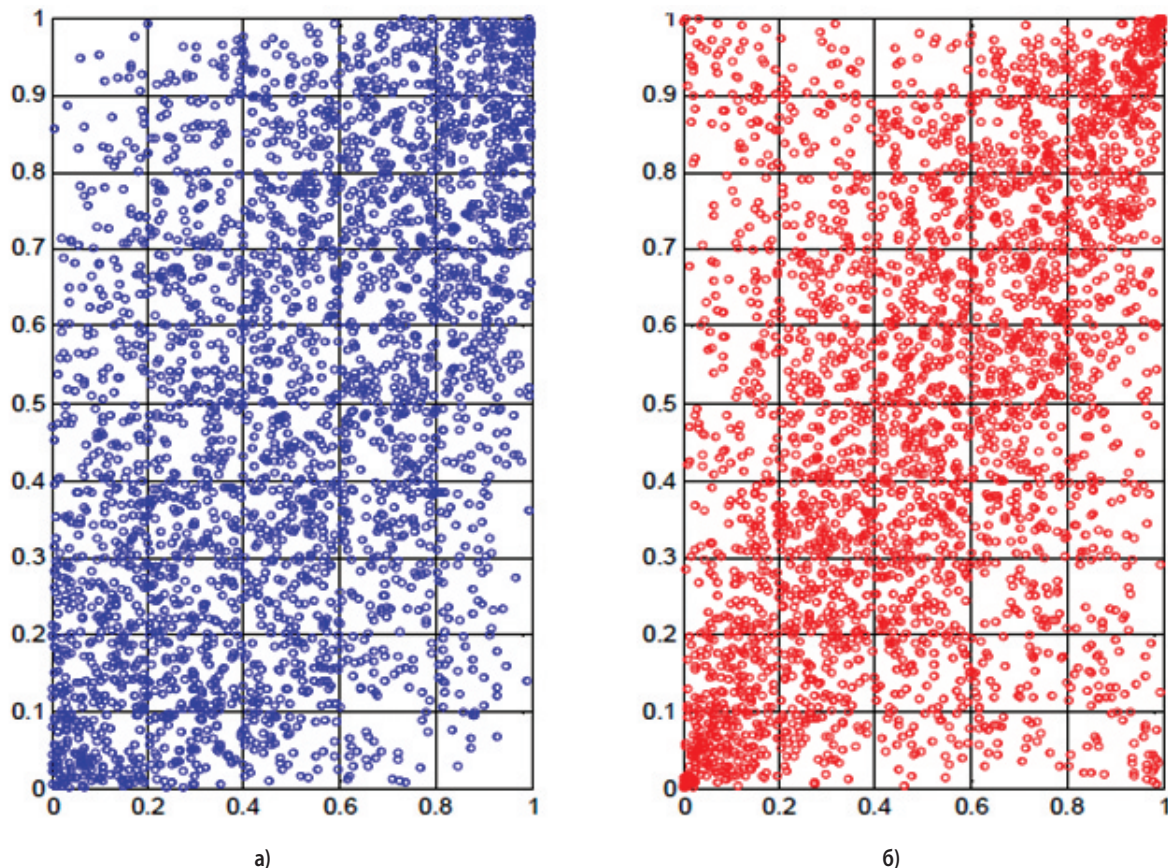


Рис. 2. Результат 5000 симуляцій корельованих випадкових величин за допомогою Гаусової (а) і t -копули (б) ($r = 0.5, x = 2$)

Джерело: укладено автором

- 1) здійснюється калібрування параметрів обраної копули (Гаусової і Стюдента), призначеної для моделювання структури залежності між зобов'язаннями у кошику.
 - 2) для кожної k -ї симуляції повторюються такі процедури:
 - генерація N -мірного вектора корельованих випадкових величин за допомогою розкладання матриць кореляції, отриманих в п. 2, методом декомпозиції Холецького;
 - для кожного зобов'язання проводиться трансформація згенерованих випадкових величин за моментами настання дефолту за допомогою функцій інтенсивності дефолту, отриманих у п. 1;
 - здійснюється сортування N -мірного вектора моментів настання дефолту у порядку спадання, часом настання дефолту по FTD вважається найменше значення моменту дефолту;
 - проводиться розрахунок приведеної вартості дефолтної ноги, накопиченої премії та преміальної ноги по FTD з періодом дисконтування, що дорівнює строку реалізації дефолту;
 - 3) проводиться розрахунок арифметичних середніх преміальної і дефолтної ноги; розраховується справедливий спред FTD (S) згідно з формулою.
- У наслідок 3000 симуляцій, проведених для обох специфікацій копул, були отримані такі значення справедливого спреда кошикового AWA-свопу, (табл. 6).

Таблиця 3

Значення кусково-лінійної функції інтенсивності дефолту на різних часових інтервалах

Часовий інтервал	Affinion Group	Wind Acquisition	Ardagh Packaging
0-1	5.93%	5.97%	3.31%
1-2	9.68%	6.53%	5.19%
2-3	13.05%	8.22%	5.68%
3-4	18.65%	9.16%	6.84%
4-5	18.98%	9.49%	6.92%

Джерело: укладено автором

Таблиця 4

Відкалібрована матриця кореляції для Гаусової копули

	Affinion Group	Wind Acquisition	Ardagh Packaging
Affinion Group	1.000	0.723	0.811
Wind Acquisition	0.723	1.000	0.695
Ardagh Packaging	0.811	0.695	1.000

Джерело: укладено автором

Таблиця 5

Відкалібрована матриця кореляції для копули Стюдента

	Affinion Group	Wind Acquisition	Ardagh Packaging
Affinion Group	1.000	0.657	0.798
Wind Acquisition	0.657	1.000	0.622
Ardagh Packaging	0.798	0.622	1.000

Джерело: укладено автором

Таблиця 6

Справедливі значення спреда AWA-свопу, б.п. у рік

Копула Стюдента	1204.654
Копула Гауса	1211.927

Джерело: укладено автором

Результати, отримані за допомогою обох копул, досить близькі, незважаючи на їх різні властивості у частині моделювання корельованих дефолтних подій.

Відповідь на питання про природу такого співвідношення, а також залежності результату оцінки FTD від об-

раної копули може дати аналіз чутливості справедливого спреда до різних рівнів кореляції дефолтів і параметра ступеня свободи, використовуваного у копулі Стюдента.

Для розрахунку чутливості до кореляції був введений параметр, еквівалентний парній кореляції між

зобов'язаннями у кошику. При кожному значенні цього параметра (від 0.1 до 0.9) були розраховані справедливі FTD-спреду із застосуванням як Гаусової копули, так і копули Стьюдента з різним значенням ступенів свободи. Процедура реалізації розрахунків аналогічна попередньому алгоритму (рис. 2).

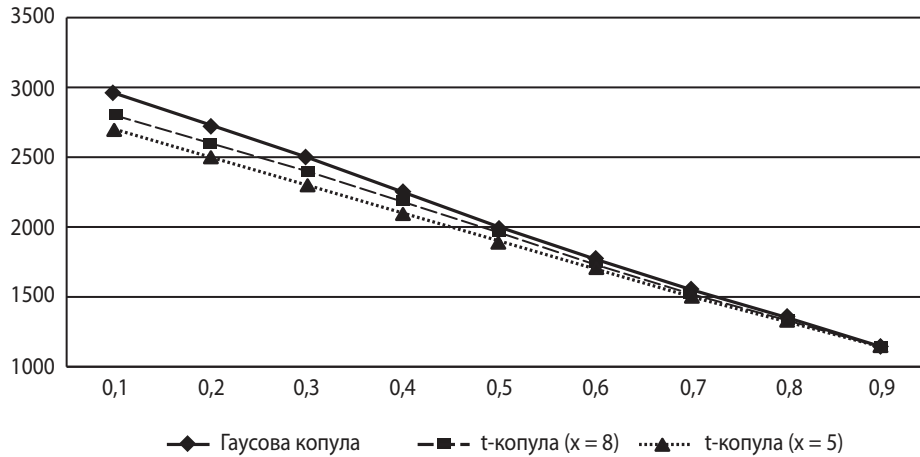


Рис. 3. FTD-спред при різних значеннях параметра кореляції дефолтів, б. п.

Джерело: укладено автором

Acquisition (близько 3000 базових пунктів (б.п), а мінімум – прагне до значення самого широкого CDS-спреду (Affinion Group – 1150 базових пунктів (б.п)).

Це повністю відповідає межах справедливого FTD-спреду, отриманим на підставі припущення про відсутність арбітражу між кошиковим свопом і однойменними CDS. Виходячи з цього можна зробити непрямої висновок про те, що специфікація моделі ціноутворення AWA і процедури її імплементації є адекватними.

Спред сконструйованого кошикового свопу, розрахований за допомогою Гаусової копули, розташовується вище аналогічного показника для t -копули при всіх значеннях параметра кореляції.

Це обумовлено тим, що розподіл Стьюдента, вбудований в t -копулу, характеризується важкими хвостами.

Виходячи з цього при використанні t -копули спільні дефолти за зобов'язаннями у кошику (тобто спільні / корельовані екстремальні події в контексті ймовірнісної функції розподілу) асоціюються з більш високими ймовірностями реалізації, ніж при використанні копули Гауса, що априорі веде до збільшення кореляції дефолтів між зобов'язаннями.

Негативна чутливість кошикового свопу до зміни кореляції, таким чином, зумовлює менше значення справедливого FTD-спреду при більш високих значеннях кореляції, що мають на увазі t -копулою.

Підтвердженням цієї закономірності може служити більш низьке розташування кривої справедливих спредів для t -копули з меншим значенням ступенів свободи, при якому хвост t -розподілу стають ще більш важкими.

Також є закономірність звуження різниці між справедливими FTD-спредами, розрахованими за допомогою різних специфікацій копули, із зростанням кореляційного

Монотонно спадаючий характер функції FTD-спреду від параметра дефолтної кореляції для всіх специфікацій копули є наслідком негативної чутливості свопу кошикового свопу до кореляційного ризику.

Максимум FTD-спреду приблизно дорівнює сумі індивідуальних 5-річних CDS-спредів Affinion Group і Wind

параметра (рис. 3). Це можна пояснити тим, що при устремлінні параметра кореляції до 1 портфель зобов'язань починає вести себе як єдиний інструмент. У зв'язку з чим ефект завищення кореляції спільних екстремальних подій, передбачений t -копулою, вирівнюється.

Відхилення справедливих FTD-спредів, отриманих у результаті застосування різних специфікацій копули, може також бути непрямої свідченням існування модельного ризику, характерного для стандартної методології ціноутворення кошику свопів.

Природою цього модельного ризику, розглянутого в контексті відмінностей Гаусової копули і t -копули, є нездатність врахування Гаусовою копулою ефекту спільних дефолтних подій. Цей ефект є історично спостережуваним і проявляється, зокрема, в підвищеній кількості дефолтів у періоди рецесій, і у зниженій – в періоди економічних підйомів.

Копула Стьюдента, своєю чергою, враховує ефект реалізації спільних екстремальних подій, а отже, має здатність більш адекватно моделювати історично спостережувані закономірності. Тому застосування t -копули при оцінці параметрів кореляції і генеруванні моментів настання дефолту може розглядатися як більш коректний підхід до ціноутворення кошику інструментів, ніж стандартна методологія, заснована на Гаусовій копулі.

У зв'язку з аналогічною процедурою ціноутворення структурованих продуктів CDO-типу і кошика CDS кредитна кореляція як параметр CDO-спреду ідентична кореляції дефолтів, використовуваної при ціноутворенні кошику свопів. На підставі цього можна зробити припущення про те, що всі вище розглянуті переваги копули Стьюдента також є релевантними стосовно поліпшення моделі ціноутворення індексних CDO-траншей.

Висновки. Мета цієї роботи полягала у розробці моделей ціноутворення кредитних деривативів з урахуванням взаємозв'язку КД і СКП на основі виявлення відмінностей у результатах кредитної кореляції дефолтів.

Був проведено аналіз теоретичних уявлень про місце кредитних деривативів в системі структурованих кредитних продуктів та їх ціноутворення. Під час дослідження було вивчено роботи провідних в індустрії кредитних деривативів теоретиків і практиків, що становлять теоретичну основу досліджуваної проблематики. Важливу роль у досягненні сформульованих цілей зіграло вивчення методів кількісного аналізу кредитних інструментів, що дозволило вирішити поставлені завдання на якісно іншому рівні. Проведена робота дозволила вирішити поставлені завдання, а отже, досягти цілей дослідження.

В результаті аналізу більшої частини існуючих сьогодні кредитних похідних та структурованих продуктів був зроблений висновок про те, що всі існуючі інструменти можуть бути розділені на продукти кредитного спреду, кредитної кореляції і волатильності кредитного спреду, тобто за ознакою тієї компоненти кредитного ризику, яку вони здатні декомпонувати.

Розглянуто структурні характеристики ринків КД і СКП, проаналізовано основні тенденції, характерні для ринків КД і СКП, у розрізі ринків традиційних похідних інструментів.

На основі приведеної методики конструювання СКП за допомогою КД і ключових аспектів моделювання та ціноутворення КД і СКП у рамках третього блоку дослідження була проаналізована методологія моделювання та ціноутворення CDO-траншей як найбільш поширена з точки зору моделювання різновиду структурованих продуктів.

У результаті адаптації розглянутої методології до кошику дефолтного свопу, який також є кореляційним інструментом (незважаючи на свою похідну сутність), був сконструйований кошиковий кредитний дефолтний своп на базі трьох корпоративних імен і продемонстровано модельний ризик стандартної методології ціноутворення кореляційних продуктів. Сконструйований продукт відповідає всім основним вимогам до стандартних кошикових продуктів з точки зору змісту. Розрахунки були проведені на підставі використання двох різних копул для оцінки кореляції дефолтів.

У зв'язку з аналогічністю процедури ціноутворення структурованих продуктів CDO-типу і кошика CDS кредитна кореляція як параметр CDO-спреду ідентична кореляції дефолтів, використовуваної при ціноутворенні кошику свопів. На підставі цього можна зробити припущення про те, що всі вище розглянуті переваги копули Стьюдента також є релевантними стосовно поліпшення моделі ціноутворення індексних CDO-траншей. Таким чином, остання глава даної роботи може бути розглянута як готова методологія конструювання та оцінки деривативу на кореляційний ризик емітентів.

Загалом варто також зазначити, що відносна молодість ринку кредитних похідних дозволяє припустити, що поява принципово інших моделей ціноутворення, здатних стати новим індустріальним стандартом оцінки кредитних

похідних, а отже, конструйованих за їх допомогою структурованих продуктів, є питанням часу.

Зокрема, вважається, що нове покоління моделей має ґрунтуватися на застосуванні стохастичних процесів відносно кредитних кореляцій, що враховують такий розглянутий вище феномен як залежність індивідуальних ймовірностей дефолту від кореляції дефолтів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Про затвердження Положення про розробку інструкцій з охорони праці : Наказ Держнаглядохоронпраці від 29.01.1998 № 9. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0226-98#Text>
2. Про затвердження Типового положення про діяльність уповноважених найманими працівниками осіб з питань охорони праці : Наказ Держгірпромнагляду від 21.03.2007 № 56. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0316-07#Text>
3. Мошенський С. З. Механізми глобальної фінансової кризи 2007–2009 рр. *Вісник Житомирського державного технологічного університету. Серія : економіка, управління та адміністрування*. 2018. № 3 (85). С. 32–38.
4. Fabozzi F. J., Davis H. A., Choudhry M. *Introduction to Structured Finance (Frank J. Fabozzi Series)*. Wiley, 2006.
5. Fagerang L., Thoursie H. *Modelling Proxy Credit Curves Using Recurrent Neural Networks / KTH Royal Institute of Technology*. 2023. URL: <https://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:1795177/FULLTEXT01.pdf>
6. Galliani S. *Copula Functions and Their Applications in Pricing and Risk Managing Multiname Credit Derivative Products*. Masters Thesis, King's College, London, 2003.
7. Gregoriou G. N., Ali P. U. *Credit Derivatives Handbook: Global Perspectives, Innovations, and Market Drivers*. McGraw-Hill Finance & Investing, 2008. 528 p.
8. Novak O., Osadcha T., Petruk O. *Concept and Classification of Derivative Financial Instruments as A Methodological Precision On Their Regulation in The Financial Services Market*. *Baltic Journal of Economic Studies*. 2019. Vol. 5. No. 3. P. 135–144.
9. Ratusznik W. *Modern Credit Value Adjustment / KTH Royal Institute of Technology*. 2022. URL: <https://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:1800504/FULLTEXT01.pdf>
10. Schonbucher P. *Credit Derivatives Pricing Models: Models, Pricing, and Implementation*. John Wiley & Sons : Chichester, UK, 2003. 384 p.

REFERENCES

- Fabozzi, F. J., Davis, H. A., and Choudhry, M. *Introduction to Structured Finance (Frank J. Fabozzi Series)*. Wiley, 2006.
- Fagerang, L., and Thoursie, H. "Modelling Proxy Credit Curves Using Recurrent Neural Networks". KTH Royal Institute of Technology. 2023. <https://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:1795177/FULLTEXT01.pdf>
- Galliani, S. *Copula Functions and Their Applications in Pricing and Risk Managing Multiname Credit Derivative Products*. Masters Thesis. London: King's College, 2003.
- Gregoriou, G. N., and Ali, P. U. *Credit Derivatives Handbook: Global Perspectives, Innovations, and Market Drivers*. McGraw-Hill Finance & Investing, 2008.

[Legal Act of Ukraine] (1998). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0226-98#Text>

[Legal Act of Ukraine] (2007). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0316-07#Text>

Moshenskyi, S. Z. "Mekhanizmy hlobalnoi finansovoi kryzy 2007-2009 rr." [Mechanisms of the Global Financial Crisis of 2007-2009]. *Visnyk Zhytomyrskoho derzhavnoho tekhnolohichnoho universytetu. Seriya : ekonomika, upravlinnia ta administruvannia*, no. 3(85) (2018): 32-38.

Novak, O., Osadcha, T., and Petruk, O. "Concept and Classification of Derivative Financial Instruments as a Methodological Precision on Their Regulation in the Financial Services Market". *Baltic Journal of Economic Studies*, vol. 5, no. 3 (2019): 135-144.

Ratusznik, W. "Modern Credit Value Adjustment". KTH Royal Institute of Technology. 2022. <https://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:1800504/FULLTEXT01.pdf>

Schonbucher, P. *Credit Derivatives Pricing Models: Models, Pricing, and Implementation*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2003.

Стаття надійшла до редакції 02.02.2024 р.

Статтю прийнято до публікації 16.02.2024 р.

■